

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА СУШКИ ВЛАЖНОГО ДИСПЕРСНОГО МАТЕРИАЛА С ПЕРЕМЕННОЙ ПЛОТНОСТЬЮ В ВИХРЕВОМ ПОТОКЕ

*В работе рассмотрены системы уравнений, с помощью которых можно описать процесс движения частицы дисперсного материала с учетом его изменения в объеме от температуры. Также рекомендована оптимальная модель турбулентности для определения вязкости потока*

**А. М. Павленко**

Доктор технических наук, профессор\*

Контактный тел.: (061) 223-83-57

**А. А. Чейлытко**

Аспирант\*

Контактный тел.: 8 (063) 257-25-06

Email: cheylitko@ya.ru

\*Кафедра теплоэнергетики

Запорожская государственная инженерная академия

## 1. Введение

Изучение процессов, связанных с переносом тепла и теплообменом между влажными дисперсными частицами и вихревым потоком, в котором они движутся – актуальная задача теплофизики и теплоэнергетики. К настоящему времени накоплен обширный экспериментальный материал по характеристикам турбулентного переноса, который лег в основу многих полупирических теорий. В последние годы, в связи с развитием методов вычислительной математики и совершенствованием вычислительной техники стало возможным прямое численное моделирование турбулентного вихревого движения и теплообменных процессов в нем. В большинстве существующих работ рассматриваются сильно упрощенные схемы вихревой структуры, которые не учитывают многих особенностей нагретого потока с дисперсными включениями. В работе проанализирован приведенный в литературных источниках материал [1] и построена математическая модель сушки влажных дисперсных частиц плотностью и размеры которых существенно зависят от температуры, в вихревом турбулентном потоке.

## 2. Постановка задачи

Как правило, для математического описания течения используют уравнения сохранения движения и неразрывности, уравнение энергии, уравнения напряжений Рейнольдса, уравнение состояния, начальные и граничные условия.

Рассматриваемый процесс имеет ряд особенностей. Основная особенность это многократное увеличение в объеме дисперсного пористого материала, который подвергается термообработке. Диапазон температур вихревого потока составляет 500 – 600 °С. В начальный период сушки материала, в связи с его малым объемом и резким увеличением температур, отсутствует градиент температур по сечению материала. Поток в циклонной камере разделен на несколько отдельных течений, это связано с возникновением обратного тока. Рассматривается также увеличение давления потока за счет ввода дисперсных частиц, а также их сушки. Большой объем экспериментальных исследований выполнен в пятидесятых годах Д.Н. Ляховским [2] на воздушной модели циклонной камеры с внутренним диаметром 750 мм. Ширина четырех входных каналов была 32 мм, длина 110 мм.

В работе установлено, что поток вдоль камеры даже при одном тангенциальном подводе является осесимметричным и может быть разделен на:

- "основной вихрь", расположенный в пристенной области камеры и перемещающийся к дну и крышке от плоскости раздела шлицов;
- выходной "вихрь", расположенный в приосевой области камеры и перемещающийся от торца к сопловому отверстию;
- осевой обратный ток, зарождающийся вне камеры и втекающий в нее через осевую область сопла;
- кольцевой обратный ток расположенный между основным и выходным вихрями.

Основной вихрь имеет место при всех значениях  $\frac{d_c}{D}$ , при  $\frac{d_c}{D} = 1$  выходной вихрь сливается с основным. Осевой обратный ток исчезал при  $\frac{d_c}{D} = 0,2$ , а кольцевой ток отсутствует при  $\frac{d_c}{D} > 0,6$ . Изучение распределения скоростей в камере показало, что максимум окружных скоростей достигается на радиусе  $r_1 > r_c$ , а при  $\frac{d_c}{D} > 0,6$  имеет место уменьшение окружной скорости по направлению к оси. Это было подтверждено и более поздними работами П.М.Михайлова и З.Н.Сабурова [3].

### 3. Методы решения

При анализе имеющихся моделей и уравнений газогидродинамики и теплофизики были сделаны соответствующие выводы и расчеты позволяющие определить единую систему уравнений и смоделировать исследуемый процесс с наименьшими погрешностями. Система уравнений, которая описывает нестационарное движение сжимаемого вязкого газа в цилиндрических координатах  $r, \varphi, x$  с учетом гамма-функции  $\gamma(\tau)$  которая учитывает изменение плотности материала, имеет вид [4]:

$$\left\{ \begin{aligned} & \rho \cdot \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{w}{r} \cdot \frac{\partial v}{\partial \varphi} - \frac{w^2}{r} + u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \\ & = \rho \cdot g_r - \frac{\partial p}{\partial r} - \left[ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(r \cdot \sigma_{rr})}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial \varphi} - \frac{\sigma_{\varphi\varphi}}{r} + \frac{\partial \tau_{rx}}{\partial x} \right] + \gamma(\tau); \\ & \rho \cdot \left( \frac{\partial w}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{w}{r} \cdot \frac{\partial w}{\partial \varphi} - \frac{w \cdot v}{r} + u \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \right) = \\ & = \rho \cdot g_\varphi - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial p}{\partial \varphi} - \left[ \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial(r^2 \cdot \tau_{r\varphi})}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_{\varphi\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \tau_{\varphi x}}{\partial x} \right] + \gamma(\tau); \\ & \rho \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{w}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial \varphi} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \\ & = \rho \cdot g_x - \frac{\partial p}{\partial x} - \left[ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(r \cdot \tau_{rx})}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{\varphi x}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \right] + \gamma(\tau); \\ & \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot r \cdot v)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho \cdot r \cdot u)}{\partial x} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(\rho \cdot r \cdot w)}{\partial \varphi} = 0; \\ & \rho \cdot C_p \cdot \left( \frac{\partial T}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{w}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial \varphi} + u \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \\ & = \mu_t + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r \cdot \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{dp}{dt}, \\ & p = \rho \cdot R \cdot T \end{aligned} \right. \quad (1)$$

Здесь  $u$  - осевая скорость,  $w$  - окружная скорость,  $v$  - радиальная скорость. Первые три уравнения в (1) описывают движение газа под действием массовых и поверхностных сил. Массовые силы с ускорением,  $g_r, g_\varphi, g_x$ , в большинстве случаев, не учитывают [4, 5] ввиду их малости по сравнению с остальными составляющими. Следующие два уравнения в системе уравнений (1) получены из закона сохранения массы газа и закона сохранения энергии. Последнее уравнение в системе (1) это уравнение термодинамического состояния. Оно принято как для идеального газа, поскольку параметры газа в циклонах существенно отличаются от критических.

Компоненты тензора напряжений для газов, подчиняющихся гипотезе Ньютона о пропорциональности касательного напряжения скорости деформации с числом пропорциональности, называемым динамическим коэффициентом вязкости, запишутся так:

$$\left\{ \begin{aligned} & \sigma_{rr} = -\mu_t \left[ 2 \cdot \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w}{\partial \varphi} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right]; \\ & \sigma_{\varphi\varphi} = -\mu_t \left[ 2 \cdot \left( \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w}{\partial \varphi} + \frac{v}{r} \right) - \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w}{\partial \varphi} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right]; \\ & \sigma_{xx} = -\mu_t \left[ 2 \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w}{\partial \varphi} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right]; \\ & \tau_{r\varphi} = -\mu_t \left[ \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{w}{r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial v}{\partial \varphi} \right]; \\ & \tau_{rx} = -\mu_t \left[ \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right]; \\ & \tau_{\varphi x} = -\mu_t \left[ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right]. \end{aligned} \right. \quad (2)$$

Систему уравнений (2) используют как исходную, когда применение гипотезы Ньютона считается целесообразным. Для турбулентного потока вопрос о связи касательных напряжений в динамике остается открытым. И что бы описать явления турбулентности, необходимо добавить уравнение для турбулентной вязкости. Многочисленные гипотезы и полуэмпирические соотношения были преобразованы в устойчивые выражения [6], которые начали называть моделями турбулентности. На основании [7], в нашей задаче целесообразнее всего использовать  $k$ - $\epsilon$  модель турбулентности. По данной модели турбулентная вязкость определяется:

$$\mu_t = C_\mu \cdot \frac{k^2}{\epsilon}. \quad (3)$$

Турбулентная кинетическая энергия при этом равна:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \cdot \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]. \quad (4)$$

Скорость диссипации:

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + U_j \cdot \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = C_{\epsilon 1} \cdot \frac{\epsilon}{k} \cdot \tau_{ij} \cdot \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{\epsilon 2} \cdot \frac{\epsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \cdot \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right]. \quad (5)$$

Коэффициенты замыкания и для стандартной  $k$ - $\epsilon$  модели будут равны:

$$C_{\varepsilon 1}=1,44, C_{\varepsilon 2}=1,92, C_{\mu}=0,09, \sigma_k=1, \sigma_{\varepsilon}=1,3.$$

Для RNG k-ε модели используются те же уравнения (3–5), однако используют другие коэффициенты:

$$C_{\varepsilon 2}=\overline{C_{\varepsilon 2}}+\frac{C_{\mu} \cdot \lambda_{\mu}^3 \cdot\left(1-\frac{\lambda_{\mu}}{\lambda_{\mu 0}}\right)}{1+\beta \cdot \lambda_{\mu}^3} \quad (6)$$

$$\lambda=\frac{k}{\varepsilon} \cdot \sqrt{2 \cdot \sigma_{ij} \cdot \sigma_j} \quad (7)$$

$$C_{\varepsilon 1}=1, \overline{C_{\varepsilon 2}}=1, C_{\mu}=0,085, \sigma_k=0,72, \sigma_{\varepsilon}=0,72,$$

$$\beta=0,012, \lambda_{\mu 0}=4,38.$$

RNG k-ε модель турбулентности более точно описывает передачу осредненных пульсаций в потоке, но как видно добавляется необходимость решения двух дополнительных уравнений. Для сложного объекта, состоящего из полумиллионов узловых точек, использование данной модели приведет к увеличению на миллион действий в одной итерации. Поэтому необходимо обосновано использовать данную модель.

При симметрии потока можно также упростить уравнения, отбросив члены содержащие  $\frac{\partial}{\partial \varphi}$ . Симметрия потока добивается путем увеличения вводов потока, но увеличение количества вводов отразится на сопротивлении циклонной камеры. Примем, в первом приближении, что при двух вводах в циклонную камеру симметрия потока не имеет отклонений.

Теперь рассмотрим особенности данной задачи. Прежде всего, это изменение плотности дисперсного материала в процессе интенсивной сушки. Изменение объема, как уже отмечалось, планируется произвести

гамма функцией, на основании эксперимента. Эмпирическую функцию после необходимо будет связать с имеющимися аналитическими системами уравнений и запрограммировать для расчета на ЭВМ.

В общем виде гамма функция представляет собой ряд:

$$\gamma(\tau)=A_1+A_2 \tau^{\phi} \quad (8)$$

#### 4. Выводы

Подобраны и скорректированы оптимальные уравнения позволяющие смоделировать данный процесс, после получения необходимых экспериментальных подтверждений и констант гамма функции.

#### Литература

1. Патент Украины №3802
2. Ляховский Д.Н. В сб. «Вопросы аэродинамики и теплопередачи в котельно-топочных процессах», Под.ред. Кнорре Г.Ф., Госэнергоиздат, 1958
3. Сабуров Э.Н. и др. Известия ВУЗ «Энергетика», 3, 1972
4. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. Четвертое издание. М.: изд-во «Наука», 1973, - 876с.
5. Разработка высокоэффективной циклонной установки для проплавления синтетических шлаков с автоматизированным управлением технологическим процессом для строящегося кислородно-конвертерного цеха на заводе им. Дзержинского. Ответственный исполнитель – Жигула В.А., 1975 г.
6. Wilcox, D.C.. “Multiscale model for turbulent flows”. In AI-AA 24th Aerospace Sciences Meeting. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1986.
7. CFX Limited, Waterloo, Ontario, Canada. CFX-TASCflow Theory Documentation, section 4.1.2, Version 2.12, 2002.